Slovenská technická univerzita v Bratislave

Fakulta informatiky a informačných technológií

Analýza Kalma filtra

Tím BAREKO

Bc. Michal Baňas

Bc. Šimon Harvan

Bc. Ernest Loureiro

Bc. Daniel Lukáč

Bc. Marko Moravčík

Bc. Lukáš Rešutík

Bc. Dávid Roba

Vedúci projektu: Ing. Ivan Kapustík

Predmet: Tímový projekt I

Ročník: 2017/2018

Obsah

1.Definícia 3
2. Výhody 3
3. Kroky 3
3.1. Lineáre systémy 3
3.2. Kalmanové rovnice 5

1.Definícia

Algoritmus, ktorý používa sériu meraní pozorovaných v priebehu času, obsahujúcich štatistický šum a iné nepresnosti na odhad premenných v širokom spektre procesov. Využíva k tomu nielen naposledy nameraných dát a model systému, ale aj vektor údajov o predchádzajúcom stave systému. Je široko používaný pre spracovanie signálov, navigáciu, robotiku a ďalšie úlohy.

Kalmanov filter hľadá optimálny faktor zmeny pre nasledujúci stav meranej veličiny. Vychádza z predpokladu, že nevieme presne veličinu zmerať ani odhadnúť so 100% istotou. Predpoklad je mať buď linearizovaný model správania, alebo v pokročilej verzii algoritmu sa meraný model linearizuje. Do úvahy sa berú tiež predchádzajúce stavy a ich odhady.

2. Výhody

- Dobré výsledky v praxi z dôvodu optimality a štruktúry
- Pohodlná forma pre online spracovanie v reálnom čase
- Jednoduché formulovanie a implementácia s ohľadom na základné pochopenie
- Meracie rovnice nemusia byť obrátené

3. Kroky

3.1. Lineáre systémy

V uvedených rovniciach A, B a H sú matice, k je časový index, x je tzv. stav systému, u je známy vstup do systému a w a z sú šumy. Premenná w reprezentuje tzv. procesný šum a z tzv. merací šum. Každá z týchto veličín je (obvykle) vektor a preto obsahuje viac ako jednu zložku. Vektor x obsahuje všetky dostupné informácie o súčasnom stave systému, ale nie je možné ho merať priamo. Namiesto toho meriame y , ktorý vyjadruje pozorovanie v čase k, ale je "zašumená" šumom z . Je možné použiť y ako pomoc na získanie odhadu x, ale nemôžeme nutne vziať informáciu z y ako reprezentujúcu hodnotu, pretože obsahuje aj šum.

- stavová rovnica prechodu

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k$$

- rovnica výstupu

$$y_k = Hx_k + z_k$$

Keďže je pohyb hráča priamočiary, môžeme povedať, že stav pozostáva z jeho polohy p a jeho rýchlosti v. Vstupná veličina u je nariadené zrýchlenie a výstupná veličina y je meraná poloha. Povedzme, že sme schopní meniť akceleráciu a merať polohu každých T_s sekúnd. V takomto prípade bude rýchlosť v definovaná rovnicou:

$$v_{k+1} = v_k + T_s\, u_k$$

To znamená, že rýchlosť vzdialená jednu vzorku od teraz (teda Ts sekúnd) bude rovná súčasnej rýchlosti prenásobenej nariadeným zrýchlením u a intervalom Ts. Predošlá rovnica však nedáva presnú hodnotu pre T_{k+1} . Namiesto toho bude rýchlosť ovplyvnená šumom. Šum rýchlosti je náhodnou premennou, ktorá sa mení s časom. Preto realistickejšie zapísaná rovnica vyzerá nasledovne:

$$v_{k+1} = v_k + T_s\, u_k + \tilde{}v_k$$

kde $\tilde{}v_k$ je šum rýchlosti. Podobnú rovnicu je možne odvodiť aj pre polohu p:

$$p_{k+1} = p_k + T_s\, v_k + \frac{1}{2}\, T_s^{\,2} u_k + \tilde{}p_k$$

kde $\tilde{}p_k$ je šum rýchlosti . Na základe čoho môžeme definovať stavový vektor, ktorý pozostáva z polohy a rýchlosti:

$$x_k \;= \begin{pmatrix} pk \\ vk \end{pmatrix}$$

Keďže je meraná výstupná veličina úmerná polohe, je možné do rovníc za premenné A,B a H dosadiť nasledovné matice:

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & Ts \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} \frac{Ts^2}{2} \\ Ts \end{pmatrix} u_k + w_k$$

$$Y_k = (1 \;\; 0)\; x_k + z_k$$

Kde matica A sa nazýva predikčná matica a matica B sa nazýva riadiaca matica. Keďže predpoveď nemusí byť sto percentne presná, vstupuje v tomto bode do procesu Kalmanov filter. Riešenie Kalmanovým filtrom nie je možné aplikovať kým nie sú splnené určité predpoklady o šume. Je potrebné si uvedomiť, že v rovniciach (modelu systému) v úvode vystupujú dve premenné - w je šum v procese a z je šum v meraní. Taktiež je ďalej možné skonštatovať, že neexistuje korelácia medzi w a z - teda v akomkoľvek čase k, w_k a z_k sú nezávislé náhodné premenné. Potom je možné zadefinovať kovariančné matice šumu Q a R ako:

- Kovariancia šumu v procese:

$$Q = (w_k w_k^T)$$

- Kovariancia šumu v meraní:

$$R = (z_k z_k^T)$$

kde w^T a z^T označujú transpozíciu náhodných vektorov šumov. Teraz je možné použiť Kalamnové rovnice.

3.2. Kalmanové rovnice

Kalmanov filter sa delí na dve fázy. Predikčnú (časovú), v ktorej sa určuje nový najlepší odhad $\hat{x}_k^-$ ako predikcia z predchádzajúceho najlepšieho odhadu plus korekcia známych vonkajších vplyvov. A chyba kovariancie P_k^- je predpovedaná na základe predchádzajúcej chyby kovariancie spolu s určitou dodatočnou chybou z prostredia.

Tieto hodnoty sú následne použité v druhej fáze Kalmanovho filtra, ktorá sa nazýva Korekčná (filtračná), ktorá pozostáva z rovníc na nájdenie $\hat{x}_k$, ktorý predstavuje odhad *x* v čase *k* (teda, to čo chceme nájsť). Druhý výraz v rovnici je tzv. Korekcia P_k a reprezentuje veľkosť korekcie, akou treba korigovať odhad stavu na základe meraní. Rovnica K_k sa nazýva rovnica Kalmanovho zisku (zosilnenia). Rozborom rovnice pre K zistíme, že ak je šum z merania veľký, *R* bude veľké, takže *K* bude malé a nebudeme dávať veľkú váhu meraniu *y* , keď budeme počítať ďalšie. Na druhej strane však ak je šum v meraní malý, *R* bude malé a *K* veľké, čo znamená, že meraniu priradíme veľkú váhu pri výpočte ďalšieho.